

11.1.11 Goniometrické funkce

Př. 1: Převed' na radiány.

a) 45°

b) 150°

c) 300°

d) 123°

Př. 2: Převed' na stupně.

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{5\pi}{6}$

c) $\frac{7\pi}{4}$

d) $1,4\pi$

Př. 3: Zopakuj si definici goniometrických funkcí $y = \sin x$ a $y = \cos x$ pomocí jednotkové kružnice.

Př. 4: Načrtni grafy funkcí.

a) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$

b) $y = \cos 2x$

c) $y = \operatorname{tg}|x|$

Př. 5: Řešte v R (ve stupních i obloukové míře):

a) $\sin x = -0,8361$

c) $\operatorname{tg} x = -0,8391$

Př. 6: Vypočtěte hodnotu výrazu $\frac{3\sin x + \cos x}{\cos x - 3\sin x}$, je-li $\operatorname{tg} x = -7$ (bez určení úhlu x).

Př. 7: Zjednodušte výrazy, určete podmínky:

a) $\frac{\sin x}{1+\cos x} + \frac{\sin x}{1-\cos x}$

b) $\frac{\cos^2 2x - 1}{\sin^2 2x - 1}$

c) $\frac{\sin^2 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \cos^4 x}$

Př. 8: Vypočtěte $\sin 2x$ a $\cos 2x$, je-li $\sin x = 0,6$ a $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.

Př. 9: Dokažte, že pro pro přípustná x platí (stanovte podmínky):

b) $\frac{\cos 2x}{1+\sin 2x} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

d) $\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\sin x \cos x} = 2$

f) $\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x = \frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x}$

h) $\frac{\sin 2x + \sin^2 x}{\cos^2 x - \cos 2x} = 2\operatorname{cotg} x + 1$

Př. 10: Dokažte bez použití kalkulačky: $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$.

Př. 11: Řešte v R: c) $\sqrt{3} - 2 \cdot \cos x = 0$ e) $\sin^2 2x = \frac{1}{4}$ g) $\frac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 2 + \sqrt{3}$

h) $\sin 2x = \cos 3x \cdot \sin 2x$ i) $2\sin^3 x - \sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$

k) $\frac{2 \cdot \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{2}$ n) $2\operatorname{tg} x - 2\operatorname{cotg} x + 3 = 0$

Př. 12: Řeš v R: b) $\operatorname{cotg} x < 0$ c) $-1 \leq \operatorname{tg} x < \sqrt{3}$ e) $|\operatorname{cotg} x| \leq \sqrt{3}$

Př. 13: Řešte v R: $|\cos 2x| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Př. 14: Řešte v \mathbb{R} :

a) $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} 2x = \sin 2x$	b) $\cos x + 4\sin x = 4$
c) $\sin^2 x - 8\sin x \cos x + 7\cos^2 x = 0$	d) $\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + \cos 8x = 0$

Př. 15: Pro která x platí: $\sin x + \cos x > 0$?

Př. 16: Načrtni grafy funkcí.

a) $y = \sin x + \sin x $	b) $y = \cos x \sin x$	c) $y = 1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
---------------------------	------------------------	--